

Studium stability reakčně-difuzních-advekcčních rovnic

Václav Klika

1 Popis problematiky

Mechanismus difuzí způsobené (Turingovy nestability) homogenního stacionárního řešení v reakčně-difuzních (RD) rovnicích se od vydání Turingova článku v roce 1952 [10] hojně užívá v mnoha vědních disciplínách k modelování a k identifikaci nerovnovážných dějů. Takovéto modely umožňují vysvětlit vznik prostorových vzorů, například ve vývojové biologii a ekologii (morfogeneze, pigmentace ryb, vegetační pruhy v krajině) či chemii (chemické reakce, růst krystalů v tuhoucích slitinách).

Je sice jisté, že RD rovnice vysvětlují vznik prostorově nehomogenního vzoru (nestabilita je způsobena difuzí) teoreticky, není však známo, zda je tento mechanismus skutečnou příčinou vzniku prostorového uspořádání v reálných systémech. Mezi často kritizované body této teorie patří 1. předpoklad značně odlišných difuzních konstant interagujících morfogenů (byť se může jednat o podobně veliké částice pohybující se ve stejném prostředí); 2. striktní kinetické podmínky (Turingův prostor, tj. množina hodnot kinetických a difuzních parametrů modelu, při kterých dochází k Turingově nestabilitě, je ve standardním pojetí malý); a 3. citlivost na počáteční podmínky, která není v realitě pozorována.

Předmětem práce je rozpracovat školitelem navrhovanou novou metodu analýzy reakčně-difuzně-advekcčních (RDA) procesů, která je alternativou k nyní užívaným postupům Menzingerova a kol. Předběžné výsledky získané touto metodou naznačují, že Turingův prostor je podstatně větší, než vyplývalo z Menzingerova přístupu. Podobně jako Klika a kol. [2] poukázali na skutečnost, že při přechodu od malé difuzní konstanty k nulové dochází k netriviální změně v Turingových podmínkách nestability (přítomnost nedifundujícího receptoru v systému má zásadní vliv na podmínky vedoucí ke vzniku nestability), i zde se ukazuje, že v přítomnosti advekce, byť jakkoli malé, dochází k podstatné změně podmínek pro vznik Turingovy nestability.

Analýza RDA problémů je typicky uvažována jako čistě transportní proces s výměnou hmoty (reakční kinetikou) bez jakýchkoli vlivů teploty, vnějšího prostředí či vnějších sil. Až užití teorie směsí a nerovnovážná termodynamika umožní zohlednit i tyto ostatní jevy včetně jejich vzájemného ovlivňování. Tato obecnější formulace v nové interpretaci [1], nabízí možné vysvětlení pozorované skutečnosti, kdy prostorová organizace v přírodě nevykazuje takovou citlivost na počáteční podmínky, jak předpovídá matematická analýza stability.

Reference

- [1] V Klika. A guide through available mixture theories for applications. *Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences*, 2013. In press, DOI:10.1080/10408436.2012.719132.
- [2] V. Klika, R.E. Baker, D. Headon, and E.A. Gaffney. The influence of receptor-mediated interactions on reaction-diffusion mechanisms of cellular self-organisation. *Bull math biol*, 74(4):935–957, 2012.
- [3] G. Kozyreff, P. Assemat, and SJ Chapman. Influence of boundaries on localized patterns. *Phys rev lett*, 103(16):164501, 2009.
- [4] P.K. Maini, K.J. Painter, and H.N.P. Chau. Spatial pattern formation in chemical and biological systems. *J Chem Soc, Faraday Trans*, 93(20):3601–3610, 1997.
- [5] A.B. Rovinsky and M. Menzinger. Chemical instability induced by a differential flow. *Phys rev lett*, 69(8):1193–1196, 1992.
- [6] A.B. Rovinsky and M. Menzinger. Differential flow instability in dynamical systems without an unstable (activator) subsystem. *Phys rev lett*, 72(13):2017–2020, 1994.
- [7] R.A. Satnoianu, P.K. Maini, and M. Menzinger. Parameter space analysis, pattern sensitivity and model comparison for turing and stationary flow-distributed waves (fds). *Physica D: Nonlinear Phenom*, 160(1):79–102, 2001.
- [8] R.A. Satnoianu and M. Menzinger. Non-turing stationary patterns in flow-distributed oscillators with general diffusion and flow rates. *Phys Rev E*, 62(1):113, 2000.
- [9] R.A. Satnoianu, J.H. Merkin, and S.K. Scott. Spatio-temporal structures in a differential flow reactor with cubic autocatalator kinetics. *Phys D: Nonlinear Phenomena*, 124(4):345–367, 1998.
- [10] A. Turing. The chemical basis of morphogenesis. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. B*, 237:37–72, 1952.