



Numerické řešení spektrální úlohy pro Dirichletův laplacián na oblastech v \mathbb{R}^2

školitel: Matěj Tušek

konzultant: Tomáš Oberhuber

typ práce: bakalářská/diplomová

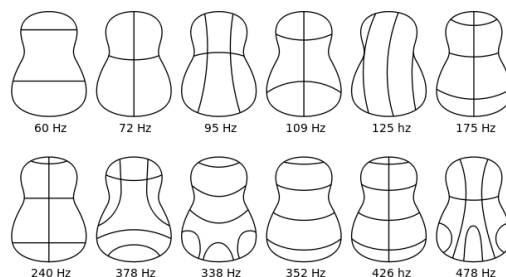
popis tématu:

Uvažujme ne nutně kruhovou membránu bubnu. Otázka nalezení jejích rezonančních frekvencí patří mezi klasické problémy matematické fyziky. Vedle samotných frekvencí je přirozené se ptát po odpovídajících módech, tj. funkcích popisujících výchylku membrány v kolmém směru. Velké pozornosti se těší křivky (tzv. nodální čáry), na nichž tato výchylka zůstává v čase nulová. Matematicky lze nakonec problém nalezení rezonančních frekvencí a módů formulovat jako úlohu na vlastní čísla a funkce Dirichletova laplaciánu na oblasti Ω , jejíž tvar je dán tvarem membrány,

$$\begin{aligned} -\Delta\psi &= \lambda\psi & \text{v } \Omega \\ \psi &= 0 & \text{na } \partial\Omega. \end{aligned}$$

Je známo, že první vlastní funkce tohoto problému nemění na Ω znaménko a druhá vlastní funkce rozděluje Ω na právě dvě podoblasti tak, že na jedné je kladná a na druhé záporná. Hranice mezi těmito podoblastmi je právě nodální čára. Existuje několik tříd oblastí, pro které bylo ukázáno, že nodální čára druhé vlastní funkce nemůže být uzavřená křivka, nýbrž musí začínat a končit na hranici oblasti Ω . V takovém případě budeme říkat, že platí tzv. nodální hypotéza.

Úkolem studenta bude v první fázi numericky ověřit nodální hypotézu pro vybrané oblasti, o kterých se ví, zda na nich platí či neplatí. Tím se nevyvrátí :) spolehlivost numerické metody. Dále bude zkoumat meze platnosti nodální hypotézy pro další vybrané oblasti, které nejsou doposud zachyceny v existujících analytických výsledcích.



OBRÁZEK 1. Nodální čáry pro vyšší vlastní funkce na rezonanční desce kytary